

Documentos de Trabajo

**El papel de las preferencias en
la caracterización de la noción
subjetiva de probabilidad**

Spehrs, Adriana

(FCE, FFyL y CBC - UBA)

Noviembre 2021

STAFF

Director del CIECE:

Javier Legris

Subdirectora del CIECE:

Sandra Maceri

Editor Documentos de Trabajo:

Pablo Mira

Secretaría:

Gabriel Ernesto Laffitte

Centro de Investigación en Epistemología de las Ciencias Económicas

Facultad de Ciencias Económicas
Universidad de Buenos Aires

Av. Córdoba 2122 1º p. Aula 111 (C1120AAQ)

Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Argentina

Tel. (54-11) 4370-6152

Correo electrónico: jece.fce@gmail.com

<https://ciece.economicas.uba.ar/>

Documentos de trabajo del CIECE

ISSN: 1851-0922

Resumen:

Ramsey elaboró el primer sistema axiomático sobre preferencias que permitiría medir la probabilidad que un agente asigna a una proposición, y obtener una representación de la utilidad esperada a partir de esta probabilidad subjetiva y de sus preferencias. Pero von Wright cuestionó que Ramsey no distingue entre dos sentidos del término “indiferencia”, y que su método para definir probabilidad interpretada como grado de creencia incurre en circularidad.

También Savage formuló un conjunto de axiomas sobre preferencias que garantizan la existencia de un par de funciones de utilidad y de probabilidad, con relación a las cuales las decisiones de un agente pueden representarse como maximizando su utilidad esperada. En este trabajo analizamos las objeciones de von Wright contra la propuesta de Ramsey y mostramos que estas críticas también son aplicables a la teoría Savage. Finalmente, vinculamos este problema con los resultados de ciertos experimentos que contradicen algunos de los axiomas de Savage.

Palabras clave:

Probabilidad. Preferencia individual. Teoría de la decisión. Grado de creencia personal. Elección racional.

Abstract:

Ramsey devised the first axiom system on preferences that allows measuring a person’s degree of belief or subjective probability for events or propositions, and yields an expected utility representation based on this subjective probability and individual preferences. However, von Wright argued that Ramsey’s method rests on a mistake, because it ignores the distinction between two senses of “indifference”. He also claimed that it is not possible, without circularity, to define subjective probabilities in terms of preferences and utilities.

After Ramsey, Savage developed another set of axioms on preferences that guarantee the existence of a utility function and a probability measure relative to which preferences can be represented as maximizing the agent's expected utility. We analyse von Wright's objections to Ramsey's proposal, and then show that these criticisms also apply to Savage theory. Finally, we link this problem to the results of certain well-known experiments that challenge some of Savage's axioms.

Keywords:

Probability. Preferences. Decision theory. Degree of Belief. Rational Choice.

El papel de las preferencias en la caracterización de la noción subjetiva de probabilidad en teoría de la decisión

Adriana Spehrs

1. Preferencias, probabilidad y decisiones racionales

El concepto de preferencia desempeña un papel central en los modelos económicos, como los empleados para analizar las decisiones de consumo o ahorro, de elección entre horas destinadas al ocio o al trabajo, etc. Dado el ampliamente extendido uso de la teoría general de la utilidad, parecería que en economía no se considera controversial el concepto de preferencia individual. En contraste, hay poco acuerdo en filosofía acerca de los principios básicos que deberían caracterizar una lógica adecuada de la relación de preferencia individual. Von Wright (1990) compara esta situación con la propia de la teoría de la probabilidad, que es intensamente empleada y aplicada exitosamente en ciencias naturales y sociales, aunque los filósofos aún discuten sobre el verdadero significado del concepto de probabilidad.¹ Pero es, precisamente, en los desarrollos en teoría de la decisión donde se emplean conjuntamente estas dos nociones filosóficamente controvertidas. Más aún, como analizaremos a continuación, algunos de los partidarios de la interpretación subjetiva de la probabilidad han propuesto caracterizar este concepto a partir de la noción de preferencia individual. Estas tentativas tornan aún más apremiante el problema de formular una elucidación satisfactoria de la relación de preferencia.

La teoría de la decisión permite analizar situaciones en las que debemos elegir uno de varios cursos de acción disponibles, cada uno de los cuales puede dar lugar a más de un resultado posible, algunos de los cuales son preferidos a otros en cierta medida por parte del agente decisor. Empleando la teoría estándar de la utilidad esperada, se modela esta clase situaciones como un problema de maximización. Es decir, esta teoría recomienda elegir la alternativa que maximice la utilidad esperada, lo que requiere considerar tanto la utilidad subjetiva que el agente decisor asigna a cada resultado posible como la probabilidad la ocurrencia de éstos.

¹ Von Wright (1990) p.149

Esta propuesta fue adelantada ya por D. Bernoulli (1738) quien, a fin de resolver la Paradoja de San Petersburgo, introdujo la distinción entre ganancia monetaria y utilidad esperada. Bernoulli argumentaba que, si bien la ganancia monetaria esperada en el juego que origina la mencionada paradoja tiende a infinito, al decidir su participación en este juego, los jugadores toman en cuenta no tal ganancia –que es objetiva- sino la utilidad subjetiva que esa ganancia les reportaría. Ahora bien, como Bernoulli se ocupaba de decisiones referidas a apuestas en juegos de azar, interpretaba las probabilidades de los resultados en términos de las frecuencias relativas de ocurrencia de éstos. Posteriormente, von Neumann y Morgenstern (1944) mostraron que las preferencias de un agente pueden representarse como maximizadoras de la utilidad esperada si satisfacen ciertas condiciones. Así, fundamentaron axiomáticamente la teoría estándar de la decisión, expresando esas condiciones en sus axiomas de transitividad,² completitud,³ continuidad⁴ e independencia⁵.

De acuerdo con la formulación estándar de teoría de la utilidad esperada, una decisión puede modelarse como una elección entre loterías o prospectos. Un prospecto $(x_1p_1, x_2p_2, \dots, x_np_n)$ es un contrato que otorga el resultado x_i con una probabilidad p_i , de modo tal que $(x_1p_1 + x_2p_2 + \dots + x_np_n) = 1$. Una persona efectúa una decisión racional si y sólo si su elección maximiza su utilidad esperada. La utilidad esperada de una lotería o prospecto $EU(x_1p_1, x_2p_2, \dots, x_np_n)$ es la suma de las utilidades que el individuo asigna a cada posible

² El axioma de transitividad exige que, dados tres prospectos cualesquiera A, B y C, si A débilmente preferido a B y B es débilmente preferido a C, entonces A debe ser débilmente preferido a C.

Cabe aclarar que un prospecto A es débilmente preferido a otro B si y sólo si o bien A es estrictamente preferido a B o bien ambos indiferentes. Si empleamos los símbolos “ \geq ”, “ $>$ ” y “ \sim ” para representar la preferencia débil, preferencia estricta e indiferencia, respectivamente, el axioma de transitividad se expresar así: $A \geq B$ y $B \geq C$, entonces $A \geq C$

³ El axioma de completitud establece que, dados dos prospectos cualesquiera A y B, o bien el prospecto A es débilmente preferido a B, o bien B es débilmente preferido al prospecto A, o ambos. Es decir: $A \geq B$ o $B \geq A$ o $A \sim B$.

⁴ El axioma de continuidad expresa que, dados tres prospectos cualesquiera A, B y C, si A es débilmente preferido a B y B es débilmente preferido a C, entonces hay un valor p tal que el prospecto B es indiferente a un prospecto compuesto que asigne como premio el prospecto A con probabilidad p y el prospecto C con probabilidad 1-p. Es decir: si $A \geq B$ y $B \geq C$, entonces existe p tal que $B \sim (A, p; C, 1-p)$

⁵ El axioma de independencia establece que, dados tres prospectos cualesquiera A, B y C, si A débilmente preferido a B, entonces para cualquier valor p, el prospecto compuesto que asigne como premio el prospecto A con probabilidad p y el prospecto C con probabilidad 1-p, es débilmente preferido al prospecto compuesto que asigna como premio el prospecto B con probabilidad p y el prospecto C con probabilidad 1-p. Es decir: si $A \geq B$, entonces para todo p se da $(A, p; C, 1-p) \geq (B, p; C, 1-p)$.

resultado x_i , ponderadas por las respectivas probabilidades p_i de éstos. Es decir, la utilidad esperada de un prospecto se calcula del siguiente modo: $EU(x_1p_1, x_2p_2, \dots, x_np_n) = U(x_1)p_1 + U(x_2)p_2 + \dots + U(x_n)p_n$. Así, si $U(w)$ es la utilidad que una persona atribuye a su situación actual w antes de apostar a la lotería, esa apuesta es racionalmente aceptable para ese individuo si y sólo si la utilidad esperada de aceptarla en la situación actual supera la utilidad esperada de no aceptarla en tal situación. Esta condición puede expresarse mediante la inecuación: $EU((w + x_1)p_1, (w + x_2)p_2, \dots, (w + x_n)p_n) > U(w)$

Ahora bien, la teoría estándar de la utilidad esperada es aplicable para medir la intensidad de las preferencias de un agente en el caso de que los cursos de acción disponibles den lugar a una distribución de probabilidades sobre el conjunto de sus posibles resultados. Es decir, este enfoque puede emplearse sólo en situaciones de decisión bajo riesgo. Sin embargo habitualmente tenemos que elegir tomando en consideración nuestras preferencias y creencias acerca de cuál resultado se obtendrá en caso de elegir una determinada opción. En otras palabras, tenemos que tomar decisiones en situaciones de incertidumbre. Más aun, según los defensores de la interpretación subjetiva de las probabilidades, éste sería, en realidad, el caso general, dado que desconocemos las probabilidades objetivas de la ocurrencia de los eventos.

Para modelar esta clase de situaciones se emplea la teoría subjetiva de la utilidad, en donde las alternativas entre las que debe optar el decisor se caracterizan en términos de sus creencias y sus deseos. En esta teoría también se establecen condiciones que deben cumplir las preferencias para la existencia de funciones de utilidad y de probabilidad con respecto a las cuales el decisor pueda representarse como maximizando su utilidad esperada. La función de utilidad representa las preferencias del agente, y la función de probabilidad representa sus creencias acerca de la ocurrencia de los posibles resultados. De acuerdo con este enfoque, tener preferencias consistentes equivale a preferir los medios que, al menos en promedio, creemos que nos conducirán a nuestros fines.

En *Truth and Probability* Ramsey (1926) desarrolló el primer sistema de axiomas sobre preferencias que permite obtener una representación de la utilidad esperada a partir de asignaciones de grados de probabilidad subjetiva y de utilidad por parte del agente decisor. Sin

embargo, se considera que el primer desarrollo formal completo lo llevó a cabo posteriormente Savage (1954) en *The Foundations of Statistics*.

Ahora bien, en “Remarks on the Epistemology of Subjective Probability”, (1962) G. H. von Wright cuestiona el método de Ramsey, juzgando que se funda en una lógica rudimentaria de la relación de preferencia que asimila incorrectamente diferentes actitudes de indiferencia, al menos una de las cuales no permiten medir grados de creencia del modo que Ramsey indica. Además, von Wright sostiene que no pueden definirse sin incurrir en circularidad las probabilidades interpretadas como grados de creencia en términos de valuaciones y actitudes de preferencia ante opciones, como propone Ramsey. Pues, en su opinión, la formación de tales actitudes ya requiere la previa asignación de probabilidades.

En este trabajo, se procura establecer si las críticas que von Wright dirige contra la caracterización de las probabilidades subjetivas formulada por Ramsey afectan también a la teoría desarrollada posteriormente por Savage. Pues, si este es el caso, debería reconocerse que la teoría subjetiva de la utilidad esperada requiere aún de una fundamentación no circular. Además, el desarrollo de una lógica adecuada de las relaciones de preferencia e indiferencia parece ser un prerequisite imprescindible para la consecución de este objetivo.

2. La propuesta de Ramsey

El método propuesto por Ramsey para medir probabilidades interpretadas como grados de creencia se considera, generalmente, como un refinamiento del ya previamente bien establecido modo de medir las creencias de una persona proponiéndole apuestas y observando cuáles está dispuesta a aceptar. Es interesante señalar, sin embargo, que Ramsey cuestionaba este procedimiento tradicional por considerar que no es suficientemente general y, también, que es necesariamente inexacto. Su inexactitud es consecuencia no sólo de la utilidad marginal decreciente del dinero, sino también de que las personas podemos tener una especial inclinación –o, por el contrario, una aversión- a apostar. Además, así como la introducción de un termómetro en un recipiente para la medición de la temperatura del líquido que contiene ocasiona un cambio

en temperatura original de éste, al proponer una apuesta se puede alterar el estado de la opinión de la persona cuyos grados de creencia se procura medir.⁶

Conviene destacar, asimismo, que Ramsey admite estar empleando una teoría psicológica que reconoce universalmente descartada, la teoría según la cual actuamos del modo que creemos que resultará más probable que se cumplan nuestros deseos. En otras palabras, el autor asume que nuestras acciones están completamente determinadas por nuestros deseos y creencias. Si bien Ramsey reconoce que esta teoría no es, en términos generales, empíricamente adecuada, sin embargo considera que es útil porque la juzga aproximadamente verdadera, al menos en los casos relevantes.⁷

A fin de dar cuenta de los diferentes grados de creencia que una persona puede asignar a la verdad de una proposición, Ramsey propone adoptar como ley psicológica que la conducta está gobernada por la esperanza matemática. Es decir, si una persona no tiene certidumbre de la verdad de una proposición p , su valoración de los bienes o resultados cuya obtención está –a su juicio- condicionada por la verdad de p , se multiplica por su grado de creencia en la verdad de p . Así, para determinar la magnitud de los grado de creencia, se presupone el empleo de la esperanza matemática, aunque la complejidad del cálculo requerido para su aplicación a un caso concreto evidencia que esta propuesta provee un modelo de una situación idealizada.

Con el propósito de determinar cuáles son las preferencias de un sujeto, Ramsey emplea tanto elecciones entre opciones simples como entre opciones condicionadas. En el caso de una opción simple, al agente decisor se le ofrece una elección entre dos o más bienes, cualquiera de los cuales podría obtener sin prerrequisito alguno. En cambio, en la opción condicionada, el sujeto puede obtener uno u otro de los bienes sólo si ocurre algún evento que no sabe si sucederá. Por ejemplo, puede presentarse a una persona la opción simple entre adoptar un perro o un gato, pero también la opción condicionada consistente en adoptar un perro si el oficialismo gana las próximas elecciones y un gato si triunfa la oposición.

⁶ Ramsey (1926) p. 15.

⁷ Ibídem. p. 16.

A fin de medir grados de creencia en la verdad de una proposición o en la realización del evento que describe, Ramsey define la noción de proposición éticamente neutral. Una proposición es éticamente neutral si dos mundos posibles que difieran sólo en el valor de verdad de esa proposición son igualmente deseables para el decisor. Además, con su primer axioma, Ramsey postula que existe una proposición éticamente neutral. A continuación, muestra cómo obtener una proposición éticamente neutral empleando una actitud de preferencia ante una opción simple en combinación con una actitud de indiferencia ante una opción condicionada. Por ejemplo, podemos pedir a un ciudadano que elija entre dos opciones condicionadas (i) adoptar un perro si el oficialismo gana las próximas elecciones y un gato si triunfa la oposición, o bien (ii) adoptar un gato si el oficialismo gana las próximas elecciones y un perro si triunfa la oposición. Si su preferencia ante la opción simple es tener un perro a tener un gato, pero se muestra indiferente ante esta opción condicionada, entonces –según Ramsey- el ciudadano cree que es igualmente probable que gane el oficialismo o que triunfe la oposición. Así, a las proposiciones neutrales siempre se les asigna una probabilidad subjetiva de $\frac{1}{2}$ y, de este modo, Ramsey define qué significa tener un grado de creencia de $\frac{1}{2}$ en una proposición:

“Un sujeto asigna una probabilidad $\frac{1}{2}$ a una proposición p si es indiferente entre las opciones (i) A si la proposición p es verdadera y B si es falsa, y (ii) A si la proposición p es falsa y B si es verdadera, pero tiene una preferencia simple entre A y B ”.⁸

Luego, con un segundo axioma, Ramsey también postula que la relación de indiferencia no depende de qué proposición éticamente neutral se considere, siempre que la probabilidad se mida únicamente a partir de las preferencias. Su tercer axioma establece que la relación de indiferencia es transitiva y completa. A continuación, Ramsey emplea su postulación de una proposición neutral para determinar una función de utilidad de los resultados cuyos valores son números reales. Más precisamente, usa su definición de “tener un grado de creencia de $\frac{1}{2}$ en una proposición”, junto con una actitud de indiferencia ante una opción condicionada a esa proposición, para definir qué significa afirmar que la diferencia en utilidad entre dos bienes o resultados es igual a la diferencia en utilidad entre otros dos bienes o resultados. Supongamos, por

⁸ Ibídem p.19

ejemplo, que un campesino tiene una preferencia simple por recibir un caballo antes que una vaca. Entonces, se le da a elegir entre recibir un caballo si llueve mañana y una oveja si no llueve mañana, o bien recibir una vaca si llueve mañana y un asno si no llueve. Si el campesino manifiesta que es indiferente ante estas opciones condicionadas, según Ramsey, esto significa que la diferencia en la utilidad asignada por el campesino a un caballo menos la asignada a una vaca es igual a la diferencia en utilidad asignada a un asno menos la utilidad asignada a una oveja. En otras palabras, dada la proposición éticamente neutral p , la diferencia en valor entre A y B es igual a la diferencia entre C y D , si el sujeto es indiferente entre las opciones $\{A$ si p es verdadera y D si p es falsa $\}$ y $\{B$ si p es verdadera y C si p es falsa $\}$. De este modo se puede elaborar una métrica de la utilidad. Luego, mediante un cuarto axioma, Ramsey postula que la diferencia en utilidad también es una relación transitiva.

Ramsey asume, mediante un quinto axioma, que dada cualquier opción condicionada a una proposición cualquiera p y un bien A , hay un único bien B tal que aquella opción es indiferente a la que resulta en B si p es verdadera y en A si p es falsa. A continuación, caracteriza la noción de opción condicionada con resultado cierto como aquella que permite obtener el mismo bien o resultado tanto si la proposición condicionante es verdadera como si es falsa. Y, empleando un sexto axioma Ramsey postula que, dada cualquier opción condicionada a una proposición p , hay una única opción condicionada con resultado cierto que es indiferente a aquella para el decisor. Finalmente, para asegurar una correspondencia entre números reales y las utilidades asignadas a los bienes o resultados de las opciones, Ramsey incorpora un par de axiomas adicionales que imponen, respectivamente, un requisito de continuidad y una condición arquimedea sobre el espacio de los bienes.

Conjuntamente considerados, estos ocho axiomas son suficientes para garantizar la existencia de una función de utilidad u cuyos valores son los número reales, de modo tal que son indiferentes las opciones $\{A$ si p es verdadera y B si p es falsa $\}$ y $\{C$ si p es verdadera y D si p es falsa $\}$ si y sólo si $u(A)-u(C) = u(D)-u(B)$. Así, las preferencias de un individuo son representadas por una función de utilidad continua y estrictamente monótona que es única excepto bajo transformaciones lineales positivas. Además, consistentemente con la función de utilidad esperada, se cumple que son indiferentes las opciones $\{A$ si p es verdadera y B si p es falsa $\}$ y $\{C$ si

p es verdadera y D si p es falsa} si y sólo si $[u(A)+u(B)]/2= [u(C)+u(D)]/2$, es decir, si el valor promedio de la utilidad de los resultados de ambas opciones es el mismo.

Finalmente, Ramsey emplea esta función de utilidad para medir la probabilidad subjetiva que el agente decisor asigna a proposiciones que no son éticamente neutrales. En particular, usa una actitud de indiferencia ante una opción condicionada para definir qué significa decir que una persona asigna una probabilidad subjetiva o grado de creencia a una cierta proposición. Si la opción de obtener con certidumbre el resultado A^* es indiferente a la de obtener B si la proposición p es verdadera y C si p es falsa, entonces se define el grado de creencia parcial –o probabilidad subjetiva- en p como el cociente de la diferencia entre las utilidades de A^* y C , y la diferencia entre las utilidades de B y C . Es decir:

$$\text{grado de creencia en } p = [u(A^*) - u(C)] / [u(B) - u(C)]$$

En el caso más general, si el sujeto se muestra indiferente ante la elección entre las opciones condicionadas { A si es verdadera p y B si p es falsa} y { C si es verdadera p y D si p es falsa} en la teoría de Ramsey su actitud se interpreta como implicando que tiene un grado de creencia en la proposición p igual al cociente:

$$\text{grado de creencia en } p = (u(D) - u(B)) / [u(A) - u(C) + u(D) - u(B)]$$

Las mismas opciones condicionadas también fijan el grado de creencia en la falsedad de la proposición p :

$$\text{grado de creencia en no } p = (u(C) - u(A)) / [u(B) - u(D) + u(C) - u(A)]$$

Ahora bien, como la suma de estos dos grados de creencia es 1, esta definición de grado de creencia satisface el principio de complementariedad de las probabilidades. En términos de Ramsey:⁹

$$(1) \text{ Grado de creencia en } (p) + \text{ grado de creencia en } (\text{no } p) = 1$$

⁹ Ibídem p.21

Además, Ramsey propone una definición de probabilidad condicional de la proposición p dada la verdad de la proposición q , en base a la indiferencia entre las siguientes opciones: $\{A \text{ si } q \text{ es verdadera y } B \text{ si } p \text{ es falsa}\}$ y $\{C \text{ si } q \text{ y } p \text{ son ambas verdaderas y } D \text{ si } q \text{ es verdadera pero } p \text{ es falsa y } B \text{ si } q \text{ es falsa}\}$. Así, la probabilidad condicional es el cociente entre la diferencia de las utilidades de A y D , y la diferencia de las utilidades de C y D . Finalmente, prueba que las probabilidades así derivadas satisfacen los axiomas de Kolmogoroff y la definición estándar de probabilidad condicional, es decir:

(2) Grado de creencia en $(p \text{ dado } q)$ + grado de creencia en $(\text{no } p \text{ dado } q)$ = 1

(3) Grado de creencia en $(p \text{ y } q)$ =

= (grado de creencia en (p)) • (grado de creencia en $(q \text{ dado } p)$)

(4) Grado de creencia en $(p \text{ y } q)$ + grado de creencia en $(p \text{ y no } q)$ = grado de creencia en p

Así, Ramsey esbozó un teorema de representación, sin desarrollar los detalles matemáticos, pero que fue completado posteriormente por Bradley (2004) y Elliott (2017). Este teorema expresa que, si las preferencias de una persona satisfacen los axiomas que formuló, esa persona puede ser representada como teniendo grados de creencia que obedecen las leyes del cálculo de probabilidades y una función de utilidad tal que prefiere las opciones que le reportan la mayor utilidad esperada. Una función de probabilidad y una función de utilidad representan conjuntamente un conjunto de preferencias sólo si, para todos los valores de A y B del dominio de la preferencia, se cumple que la utilidad esperada de A es mayor que la de B si y sólo si A es preferida a B .

3. Las críticas de von Wright contra la propuesta de Ramsey

La propuesta de Ramsey, que tuvo un impacto decisivo en el desarrollo de teoría bayesiana de la decisión, no está exenta de dificultades. En particular, von Wright cuestiona que Ramsey da por sentado que es claro qué significa tener una actitud de preferencia o de indiferencia en una opción condicionada. Sin embargo, en las tentativas de desarrollar una lógica adecuada de la preferencia, la caracterización de esta noción ha suscitado discusiones que incluso

en la actualidad continúan irresueltas. Así, aún en el caso aparentemente menos complicado de las opciones no condicionadas o simples, se ha objetado que la indiferencia deba ser una relación transitiva,¹⁰ que la preferencia deba ser asimétrica,¹¹ etc. Y, en general, casi todas las propiedades que algunos especialistas consideran fundamentales para fijar el significado de las nociones de preferencia e indiferencia, han sido cuestionadas por otros investigadores. Von Wright atribuye el origen y la vigencia de estas controversias a la diversidad de intuiciones que tienen los diferentes autores acerca de estas relaciones.¹²

Si bien von Wright muestra una actitud tolerante ante estas divergencias, sugiriendo la conveniencia de desarrollar sistemas alternativos de lógica para el tratamiento de la preferencia, juzga inadecuada la propuesta de Ramsey. Este autor sostiene que el método de Ramsey descansa en un error, porque ignora la diferencia entre dos sentidos diferentes de “indiferencia”. En particular, argumenta que si un campesino prefiere obtener un caballo a una vaca, pero es indiferente ante las opciones condicionadas {obtiene un caballo si llueve y una vaca si no llueve mañana} o bien {obtiene una vaca si llueve y un caballo si no llueve mañana}, entonces su actitud puede tener dos motivos diferentes. En efecto, su indiferencia podría ser evidencia de que no tiene idea acerca de la probabilidad de que llueva mañana, y por eso no puede decidirse al respecto de cuál de las dos alternativas es más ventajosa para él. Pero esto no significa que atribuya igual probabilidad a que llueva o no llueva, sino que suspende el juicio porque no encuentra razones por las cuales debería preferir una alternativa a la otra. Esta actitud de indiferencia por falta de razones en combinación con evaluaciones de utilidad no puede usarse para definir probabilidades. Pues, si se lo hiciera, no tendríamos garantías de que las probabilidades así definidas satisfarían el requisito de unicidad, incluso en el caso del mismo sujeto en el mismo momento. Si el sujeto es incapaz de formarse una opinión sobre la ocurrencia o no del evento descrito por la proposición condicionante, su actitud de indiferencia podría

¹⁰ Fishburn (1967) pp. 207-29

¹¹ Ackermann (1967)

¹² von Wright (1972) pp. 140-169

resultar invariante incluso ante cambios en la utilidad de los bienes o resultados de las opciones, lo cual afectaría a la medida de la probabilidad definida como propone Ramsey.¹³

Este tipo de indiferencia debe ser distinguida de una actitud de indiferencia fundada en razones, en la cual el sujeto juzga que las dos alternativas son igualmente ventajosas para él y, por lo tanto tiene una razón para no preferir una alternativa a la otra. Es decir, puede suceder que sí le parezca igualmente probable que llueva o que no llueva, y que por eso considera igualmente ventajosas las dos alternativas. En apoyo de este juicio, el campesino podría argumentar que si reiteradamente optara por una de las alternativas, no importa cual, en promedio, la mitad de las veces obtendría probablemente un caballo –resultado que lo beneficia- y la otra mitad una vaca – que no lo beneficia-, y por eso es indiferente entre las alternativas. Pero, en este caso, no sería su juicio de indiferencia lo que da significado a las probabilidades, sino que es su previa estimación de las probabilidades la que determina su indiferencia. Y esta estimación parece generalmente ir acompañada con la correspondiente expectativa de frecuencias.

Es decir, según von Wright, cuando una persona tiene una actitud de indiferencia fundada en razones ante una opción condicionada, espera que una repetición de la misma elección en cierta cantidad de ocasiones resultará en una acumulación de bienes de aproximadamente el mismo valor para él que la acumulación que resultaría de una elección alternativa. Entonces, afirmar que ante opciones repetidas condicionadas por la ocurrencia de un evento un sujeto espera una acumulación de bienes aproximadamente igual en valor y no una de diferente valor es decir que espera que el evento suceda con una determinada frecuencia y no que ocurra con cualquier otra frecuencia. Esta frecuencia relativa esperada de ocurrencia del evento en ocasiones repetidas es la probabilidad que el sujeto decisor le asigna a ese evento en la ocasión particular de una única opción, si juzga igualmente buenas las alternativas presentadas. No obstante, Von Wright enfatiza que su argumento no supone un compromiso con la interpretación frecuentista de la probabilidad, aunque le asigna a las frecuencias esperadas una posición más básica para entender las probabilidades que la que le atribuyen los bayesianos modernos.¹⁴

¹³ von Wright (1966) p. 334

¹⁴ von Wright (1990) p.154

En síntesis, según von Wright, no es posible definir sin circularidad probabilidades subjetivas en términos de valoraciones de bienes y actitudes en opciones. Eso se debe a que no cualquier actitud de indiferencia ante una opción condicionada del tipo relevante servirá para definir probabilidades. Sólo servirá para este propósito la actitud de indiferencia cuando implica un juicio de igualdad de valor en una opción simple entre cantidades acumuladas de los bienes que figuran en la opción condicionada. Pero este juicio de valor es implicado por una actitud de indiferencia sólo cuando el sujeto espera que la proposición que condiciona las opciones resulte verdadera en una cierta proporción de casos en reiteradas ocasiones, y no en cualquier otra proporción. Tener esta expectativa equivale a creer en la verdad de esa proposición en el grado correspondiente a esa proporción. Así, en la formación de las actitudes de indiferencia relevantes para la medida de los grados de creencia, ya están presupuestas las probabilidades subjetivas. Por eso, según von Wright, el procedimiento definitorio de Ramsey incurre en una petición de principio.

4. La fundamentación axiomática de Savage

Una de las propuestas en teoría de la decisión bajo incertidumbre que ha tenido más impacto en economía es la formulada por L. Savage (1954) en *The Foundations of Statistics*. Savage también caracteriza la noción de probabilidad, interpretada como grados de creencia, en términos de las preferencias del decisor. Si bien el resultado es similar al previamente obtenido por Ramsey, hay algunas diferencias importantes entre sus propuestas.

Savage postula tres conjuntos: el de todos los resultados o consecuencias, el de todos los posibles estados del mundo y el de todos los actos. Los resultados o consecuencias son situaciones que afectan e interesan al agente decisor, y que deben describirse mediante una lista exhaustiva de respuestas a todas las preguntas que son pertinentes para tomar la decisión. Los estados posibles son los rasgos del mundo que no están bajo el control del decisor y que generan su incertidumbre, pero cuyas descripciones son tan completas que si fueran verdaderas y conocidas por el sujeto, éste podría saber cuáles son los resultados que tiene como consecuencia cada acción en cada estado. Finalmente, los actos son funciones del conjunto de los estados posibles del

mundo al conjunto de los resultados. El conjunto de actos incluye todas las posibles asignaciones de resultados o consecuencias a estados del mundo.¹⁵

De este modo, Savage distingue entre los objetos de preferencia instrumental, que son los actos, y los objetos de preferencia intrínseca o no instrumental, que son los resultados o consecuencias posibles, a los cuales no se les asigna una probabilidad. Los resultados dependen tanto de los actos que se ejecuten como de los estados del mundo. Al elegir un acto, el decisor no sabe qué resultado obtendrá, pero si conociera el estado que se actualizará sí sabría qué resultado obtendría. Los eventos son conjuntos de estados, y es a cada uno de ellos a los que el agente decisor atribuye probabilidad o grados de creencia. Asimismo, Savage diferencia entre la noción de utilidad entendida como una medida de la preferencia o valoración subjetiva de los resultados, y la noción de utilidad esperada, que mide las preferencias del agente sobre los actos que podría ejecutar.

En esta teoría, los actos, los estados posibles del mundo y los resultados deben satisfacer ciertas restricciones. En efecto, Savage exige que los actos estén bajo el completo control del agente decisor, que los resultados tengan la misma utilidad sin importar qué estado se dé, que ningún estado pueda impedir la realización de un acto, y que dados un estado y un acto cualesquiera, ambos determinen conjuntamente con certeza el resultado. Además, se requiere que para cada resultado haya un acto constante que lo determine con certeza en cualquier estado. Es decir, un acto constante asigna el mismo resultado a todos los estados posibles. También se asume que dados dos actos f y g cualesquiera y un evento E , hay un acto mixto que genera el mismo resultado que el acto f si se da E y el mismo resultado que el acto g si no se da E .

Asimismo, Savage postula que hay eventos nulos, y los define como aquellos que, dado cualquier par de actos alternativos f y g , el agente es indiferente entre ellos si se da ese evento. En otras palabras, los eventos nulos son aquellos que el agente tiene certidumbre de que no ocurrirán, y por eso le resultan indiferentes cualquier par de actos condicionados a ese evento. Así, los eventos nulos siempre tienen una probabilidad subjetiva de 0, pues Savage asume que si

¹⁵ Savage (1954) pp. 8-9

un agente tiene certidumbre de que un evento E no ocurrirá, le será indiferente qué resultados arrojarían los actos en caso de que sucediera el evento E.

Esta distinción entre actos, eventos y resultados se puede representar mediante una tabla como la siguiente, donde las columnas contienen los eventos y las filas los actos que generan un resultado en cada columna. En este ejemplo, analizamos la decisión entre adquirir o no un viaje a las Islas Galápagos, que resultaría en encontrarnos o no con tortugas gigantes, según se dé o no el evento de que no se cancelen indefinidamente todos los vuelos por razones sanitarias, dada una mortífera pandemia. Sin embargo, es importante destacar que el conjunto de los actos requeridos en la propuesta de Savage incluye más actos que los aquí representados, para dar cuenta de todas las combinaciones posibles de estados y resultados.

Tabla 1: ejemplo de actos, eventos y resultados

Resultados		Eventos	
		Cancelan indefinidamente todos los vuelos	No cancelan todos los vuelos indefinidamente
Actos	Adquiero un viaje a Galápagos	No encuentro tortugas gigantes	Encuentro tortugas gigantes
	No adquiero un viaje a Galápagos	No encuentro tortugas gigantes	No encuentro tortugas gigantes
	Acto constante	Encuentro tortugas gigantes	Encuentro tortugas gigantes

Savage adopta los siguientes axiomas:

Axioma 1: la relación de preferencia débil entre actos es una relación binaria de orden simple sobre el conjunto de los actos.¹⁶

Este postulado implica que la relación de preferencia débil es transitiva y completa, de modo que se asume que todos los actos son comparables. Tal como lo hace Savage, emplearemos el símbolo “ \leq ” para representar esta relación, pero en vez de leer “ $f \leq g$ ” como “ f no es preferido a g ”, diremos “ g es débilmente preferido a f ”. Además, la relación expresada mediante “ $f \sim g$ ” significa “ f y g son indiferentes” y se define así:

$f \sim g$ si y sólo si $f \leq g$ y $g \leq f$.

La expresión “ $f < g$ ” significa “ g es estrictamente preferido a f ” y se define así:

$f < g$ si y sólo si es falso que $g \leq f$.

Axioma 2. Principio de lo seguro: Si una persona preferiría débilmente el acto g al acto f tanto en caso de que supiera que ocurrió el evento E como en caso de que supiera que ocurrió el evento complementario $\neg E$, entonces prefiere débilmente g antes que f .

Este postulado asegura que la relación de preferencia entre actos depende sólo de los resultados que arrojan esos actos en aquellos estados en los que difieren sus resultados o consecuencias. Es decir, tenemos que poder evaluar cada resultado independientemente de otros posibles resultados, e ignorar los estados del mundo en los cuales los actos que comparamos arrojan el mismo resultado. Esto supone exigir que tengamos preferencias condicionales a la ocurrencia de un evento determinado, y que esas preferencias determinen la elección entre dos actos si éstos son igualmente preferidos cuando ese evento no sucede. La definición de preferencia condicional es la siguiente:

Un acto g es preferido a otro acto f en el evento E si y sólo si el acto g' es preferido al acto f' , cuando el resultado de g y de g' es el mismo en el evento E , y también es el mismo el resultado de f y de f' en el evento E , pero en el evento $\neg E$ los actos g' y f' arrojan el mismo resultado.

¹⁶ Ibídem p. 18

La expresión formal del principio de lo seguro que formula Savage, ahora omitiendo la referencia al conocimiento de los estados es la siguiente:¹⁷

- si en el evento $\neg E$, los actos f y g dan el mismo resultado Z , y los actos f' y g' dan el mismo resultado W , y
- si en el evento E , los actos f y f' dan el mismo resultado X , y los actos g y g' dan el mismo resultado Y , y
- si el acto g es débilmente preferido al f : $f \leq g$,

entonces, el acto g' es débilmente preferido al acto f' : $f' \leq g'$.

Es decir, de acuerdo con este principio -que es análogo al axioma de independencia de von Neumann y Morgenstern¹⁸- si un acto g es débilmente preferido a otro acto f , eso tiene que deberse a que el resultado Y se considera al menos tan deseable como el resultado X , y precisamente por eso, el acto g' es débilmente preferido al acto f' . La siguiente tabla exhibe los actos, estados y resultados involucrados:

Tabla 2: el principio de lo seguro

Resultados		Eventos	
		E	$\neg E$
Actos	f	X	Z
	g	Y	Z
	f'	X	W
	g'	Y	W

¹⁷ Ibídem p. 22-23

¹⁸ En efecto, D. Samet (2008) mostró la equivalencia entre el principio de lo seguro de Savage y el axioma de independencia de alternativas irrelevantes.

Savage sostiene que este principio extralógico sobre las decisiones no plantea dificultades para su aceptación, y ejemplifica su empleo mencionando el caso de una persona que delibera sobre la compra de una propiedad, considerando si en las próximas elecciones las ganará el candidato republicano o el demócrata. Si resulta que esta persona compraría esa propiedad en caso de que triunfe el candidato republicano, pero también lo haría en caso de que se imponga el demócrata, entonces esa persona decidirá efectuar esa transacción aunque no sepa cuál será el resultado de las próximas elecciones.

Axioma 3. Principio de neutralidad de estados: Si los actos f y g son indiferentes, los actos f' y g' son indiferentes, y E es un evento no nulo, entonces f' es débilmente preferido a f en E si y sólo si g' es débilmente preferido a g .¹⁹

Este axioma garantiza que el orden de preferencia de los resultados sea independiente del estado en el cual un acto los genera. Es decir que, para todo evento no nulo E y para todo par de actos constantes f y g , tal que el acto f resulta en X y el acto g resulta en Y si se da el evento E , entonces el acto g es débilmente preferido al acto f ($f \leq g$) dado E , sólo si el resultado Y es al menos tan deseable como el resultado X ($X \leq Y$).

Si se cumple este axioma, la relación de preferencia entre actos sólo dependerá de la relación de preferencia entre sus resultados. Así, conocer qué estado se actualizará efectivamente no modifica el orden previo de preferencias entre resultados. Además, si el evento no es nulo, ninguna preferencia puede reducirse a indiferencia por haber tomado conocimiento de la ocurrencia de un evento. De este modo, se asegura que podamos mantener constantes las consideraciones sobre utilidades cuando inferimos probabilidades partir de preferencias.

Axioma 4: La utilidad de los resultados es independiente de la probabilidad de los eventos en los que se obtiene.

¹⁹ Savage (1954) p. 26

La adopción de este requisito está motivada por el hecho de que, cuando un agente elige un acto para obtener un resultado según si ocurre un evento u otro, sólo podremos determinar su creencia acerca de cuál de esos eventos considera más probable si la utilidad del resultado no afecta su juicio acerca de la probabilidad de los eventos.

Supongamos, por caso, que si se da el evento E , el acto f arroja el resultado X y el acto g da por resultado Y , pero si no se da E , f resulta en X' y g en Y' . Además, si se da el evento H , el acto f' arroja el resultado X y el acto g' da por resultado Y , pero si no se da H , f' resulta en X' y g' en Y' . La siguiente tabla expresa estas condiciones:

Tabla 3: condiciones del cuarto axioma de Savage

Resultados		Eventos	
		E	$\neg E$
Actos	f	X	X'
	g	Y	Y'
Resultados		Eventos	
		H	$\neg H$
Actos	f'	X	X'
	g'	Y	Y'

En estas condiciones, si

- el resultado X es al menos tan deseable como el resultado X': $X' \leq X$,
- y el resultado Y es al menos tan deseable como el resultado Y': $Y' \leq Y$,
- y el acto f es débilmente preferido al acto f': $f' \leq f$

entonces, acto g es débilmente preferido al acto g': $g' \leq g$.

En suma, si preferimos apostar a obtener el resultado X ejecutando el acto f en lugar del acto f', es porque debemos de considerar que el evento E es al menos tan probable como el evento H (H no es más probable que E). Por lo tanto, deberíamos preferir apostar a obtener el resultado Y ejecutando el acto g en lugar del acto g', pues el resultado en sí mismo no afecta la probabilidad de los eventos.

Este axioma garantiza que, por ejemplo, si un ciudadano prefiere votar al oficialismo en las próximas elecciones obteniendo un millón de pesos si gana el oficialismo y nada si no triunfa,

antes que votar a la oposición obteniendo un millón de pesos si gana la oposición y nada si no resulta victoriosa, entonces, sus preferencias no se modificarán incluso si cambiamos un millón de pesos por novecientos mil pesos y nada por mil pesos.

Axioma 5: Hay algunos actos constantes con respecto a los cuales el decisor no es indiferente. Es decir, hay algunos actos f y g tales que g es preferido a f : $f < g$.

De este modo, se exige que el sujeto prefiera ciertos resultados o consecuencias como precondición para poder inferir sus grados de creencia comparativa a partir de sus preferencias.

Estos cinco axiomas garantizan la existencia de una relación transitiva y completa sobre el conjunto de los eventos, que se interpreta como “al menos tan probable como”, y representa una relación de creencia comparativa definida del siguiente modo:

Dados dos eventos E y H , dos resultados X e Y , dos actos f y g :

- si el acto f resulta en X en el evento E , pero resulta en Y en el evento $\neg E$, y
- si el acto g resulta en X en el evento H , pero resulta en Y en el evento $\neg H$, y
- el resultado X es al menos tan deseable como el resultado Y : $Y \leq X$,

entonces, el evento H es al menos tan probable como el evento E si y sólo si el acto g es débilmente preferido al acto f : $E \leq H$ si y sólo si $f \leq g$

De acuerdo con esta definición, si g y f son actos tales que g es débilmente preferido a f , entonces el evento H es al menos tan probable como el evento E si, o bien el agente prefiere g si $H \wedge f$ si $\neg H$ (el acto mixto que genera el mismo resultado que g si se da H y el mismo que f si no se da H) antes que el acto g si $E \wedge f$ si $\neg E$ (el acto mixto que genera el mismo resultado que g si E sucede y el mismo que f si E no sucede), o bien es indiferente entre ambas opciones.

Esta definición se funda en el supuesto de que, normalmente, preferiríamos apostar a un buen resultado si se da un evento más probable que si se da uno menos probable. En este caso, el agente considera que el evento H es al menos tan probable como el evento E si y sólo si no apostaría a E en lugar de apostar a H . Es decir que, si suponemos que la deseabilidad de los

resultados es independiente de la ocurrencia o no de los eventos, las preferencias de una persona pueden determinar una función de probabilidad que representa sus grados de creencia. Pues la preferencia entre actos dependerá solamente de nuestras creencias comparativas acerca de si sucederá o no dicho evento.

La noción cualitativa de probabilidad “...es al menos tan probable como...” (o “... no es más probable que ...”) así definida, que cumple las siguientes 3 condiciones:

Dados tres eventos cualesquiera E, H, J –es decir, tres subconjuntos del conjunto de estados posibles S- entonces:

1. la relación “... es al menos tan probable como...”, que representamos con el símbolo “ \leq ” es transitiva y completa –es un orden simple-.

2. si los eventos E y J son disyuntos, y los eventos H y J son disyuntos, entonces el evento H es al menos tan probable como el evento E si y sólo si que se den los eventos H o J es al menos tan probable como que se den los eventos E o J, es decir:

$$\text{si } E \cap J = \emptyset = H \cap J, \text{ entonces } E \leq H \text{ si y sólo si } E \cup J \leq H \cup J$$

3. cualquier evento E es al menos tan probable como el evento vacío, y el evento universal es estrictamente más probable que el evento vacío, es decir:

$$\emptyset \leq E \quad \text{y} \quad \emptyset < S$$

El evento universal es aquel que incluye como elementos a todos los estados del mundo posibles, y el evento vacío es que no incluye estado alguno del mundo en absoluto.²⁰ La relación “...es estrictamente más probable que ...”–que representamos con el símbolo “ $<$ ”- se define a partir de la relación “...es al menos tan probable como...” del mismo modo que la preferencia estricta se define a partir de la preferencia débil.

²⁰ Ibídem (1954) p.10

Ahora bien, como ser una relación de probabilidad cualitativa no es suficiente para asegurar la representación probabilística cuantitativa, Savage agrega dos axiomas para garantizarlo. Estos axiomas imponen, respectivamente, las condiciones de no atomicidad y de continuidad.

Axioma 6. Condición arquimedea o de no atomicidad: Ningún resultado es infinitamente mejor o infinitamente peor que cualquier otro resultado.

De acuerdo con este axioma, sin importar cuál sea el resultado X , si un acto g es preferido a otro acto f , entonces al agregar X como uno de los posibles resultados de f -y así construir una nueva alternativa f' -, el acto g será siendo preferido a la alternativa modificada siempre que la probabilidad del resultado X sea suficientemente pequeña. Así, la no atomicidad exige que el conjunto de los eventos contenga algunos de probabilidad arbitrariamente pequeña y que haya una cantidad infinita de estados del mundo. De este modo, si hay una medida probabilística que representa las creencias del agente decisor, debe ser no atómica. Es decir, todo evento no nulo debe poder ser particionado en dos sub-eventos no nulos, y tiene que poder efectuarse una partición lo suficientemente fina como para que dados dos conjuntos de estados cualquiera, siempre podamos unir el conjunto menos probable con cualquier elemento de la partición sin que cambie el hecho de que es el menos probable de los dos. Como esa medida es definida sobre el conjunto de todos los eventos, es finitamente aditiva. O sea, para cualquier evento E se cumple que:

- La probabilidad del evento E es mayor o igual que 0 y menor o igual que 1:
 $0 \leq p(E) \leq 1$
- La probabilidad del evento universal es estrictamente igual a 1: $p(S) = 1$,
- dados dos eventos disyuntos E y E' , la probabilidad de que ocurra uno u otro de tales eventos es igual a la suma de las probabilidades de la ocurrencia de cada uno de ellos: si $E \cap E' = \emptyset$, entonces $p(E \cup E') = p(E) + p(E')$

Axioma 7. Condición de continuidad: Si el agente decisor considera un acto estrictamente mejor (o peor) que cada uno de los resultados posibles de otro acto en caso de que ocurra un evento E no

nulo, entonces el primer acto es estrictamente preferido a (o menos preferido que) el segundo acto. Es decir, si preferimos el acto f antes de obtener cualquier resultado del acto g con certeza, entonces preferimos f antes que g .

Savage mostró que siempre que se satisfacen estos axiomas sobre las preferencias, la relación de creencia comparativa puede representarse mediante una única función de probabilidad sobre los estados del mundo. Es decir, hay una función de probabilidad P tal que para dos eventos cualesquiera E y H , $P(E) \geq P(H)$ si y sólo si E es al menos tan probable como H . Luego, usó el teorema de representación de von Neumann y Morgenstern para obtener una representación de la utilidad esperada. Así, Savage probó que un agente cuyas preferencias satisfacen estos axiomas puede representarse como maximizador de la utilidad esperada con respecto a una única función de probabilidad que representa sus creencias sobre los estados posibles y una función de utilidad cardinal que representa sus deseos. En suma, si empleamos " $f(s_i)$ " para designar el resultado del acto f cuando el estado s_i es el que se actualizó efectivamente, y " \leq " para designar una relación de preferencia débil sobre el conjunto de los actos F que satisfacen los axiomas de Savage, entonces:

(i) la creencia del agente sobre la actualización de los estados incluidos en el conjunto de estados S se puede representar por una función de probabilidad finitamente aditiva y única P ,

(ii) la intensidad de las preferencias por los resultados incluidos en el conjunto de los resultados puede representarse con una función de utilidad u que es invariante, excepto bajo transformaciones lineales positivas.

(iii) el par (P, u) genera una función de utilidad esperada U que representa sus preferencias por los actos del conjunto F , de modo que para cualquier par de actos f y g , g es débilmente preferido a f si y sólo si la utilidad esperada de g es mayor o igual que la utilidad esperada de f . Es decir, $f \leq g$ si y sólo si $U(f) \leq U(g)$, donde " $U(f)$ " designa la utilidad esperada del acto f , que se calcula empleando la ecuación

$$U(f) = \sum_i [u(f(s_i)) \cdot P(s_i)].$$

5. Dificultades de la propuesta de Savage.

La descripción de las teorías de Ramsey y de Savage efectuada en las secciones anteriores permite apreciar que hay importantes diferencias entre ellas. En efecto, Ramsey elaboró una representación de la noción de probabilidad usando el concepto de utilidad, y definió este concepto en términos de las preferencias del sujeto, siendo las opciones el objeto de sus preferencias. En cambio, Savage elaboró una función de utilidad empleando la noción de probabilidad, y definió esta última mediante las preferencias del agente decisor, siendo tanto los actos como sus resultados los objetos de las preferencias. Sin embargo, tanto Ramsey como Savage se fundaron en las relaciones de preferencia e indiferencia para caracterizar la noción de probabilidad interpretada como grados de creencia de una persona en la verdad de una proposición o en la ocurrencia de un evento. Por este motivo, cabe preguntarse si la propuesta de Savage es susceptible a las mismas objeciones que von Wright formuló contra la teoría de Ramsey. Pues podría suponerse que, quizás, las diferencias señaladas entre sus teorías fueran suficientes para que la teoría de Savage resulte inmune a esas críticas.

Notemos que, en primer lugar, para demostrar su teorema de representación, Savage tuvo que asumir la existencia de eventos nulos. Recordemos que los eventos nulos son aquellos en los que dos actos cualesquiera arrojan el mismo resultado si no ocurre ese evento, y por eso el agente decisor los considera igualmente preferibles. Pero este supuesto, tal como están caracterizados esta clase de eventos, es cuestionable. Consideremos el caso de que, por alguna extraña mutación genética causada por exposición a radiación, supongo que es muy improbable el evento E “mis huesos siguen siendo destructibles como hasta ahora”. La no ocurrencia de E podría describirse como “mis huesos se vuelven indestructibles”. Si E no sucede, tanto el acto de arrojarme al vacío desde un sexto piso como el acto de abstenerme de hacerlo, darán el mismo resultado: no me fracturaré los huesos. En estas condiciones, debería permanecer indiferente entre el acto de arrojarme al vacío desde un sexto piso o abstenerme de hacerlo. Sin embargo, más allá de lo improbable que juzgue el evento en cuestión, no parece haber una buena razón para permanecer indiferente ante esta opción que incluye la riesgosa alternativa de sufrir múltiples fracturas.

Es claro que un evento debería considerarse nulo, en el sentido de asignársele probabilidad cero, si el agente decisor juzga imposible su ocurrencia. Sin embargo, en el modelo de Savage un evento es nulo si el sujeto se muestra indiferente entre todos los actos que arrojan

el mismo resultado en el evento complementario. Pero esto no permite distinguir entre un evento que el agente considera imposible y otros en los cuales tienen lugar resultados que él considera igualmente deseables o con respecto a la utilidad de los cuales no pudo formarse una opinión. Por este motivo, podría juzgarse como nulo y asignar probabilidad cero a un evento que el decisor, en realidad, considera posible.

Es evidente, entonces, que la propuesta de Savage plantea, en este punto, la primera dificultad que ya señalara von Wright en la teoría de Ramsey. Es decir, la actitud de indiferencia de un agente podría originarse en su incapacidad para establecer qué resultado le provee mayor utilidad, en lugar de ser consecuencia de que el agente evaluó las alternativas y concluyó que ambas le reportan la misma utilidad. Pero en ambos casos, según la propuesta de Savage, el evento involucrado debería considerarse nulo. Sin embargo, si origen de la indiferencia es la incapacidad para formarse una opinión acerca de la utilidad de las alternativas, no puede asegurarse que el decisor asigne un grado de creencia nulo a su ocurrencia.

Pero hay otro problema que nos interesa destacar en relación con la exigencia de que los actos se describan de forma tal que sean probabilísticamente independientes de los estados. En efecto, este requisito expresado en el segundo axioma de Savage nos obligará a incorporar al modelo de decisión toda la información sobre la asignación de probabilidades de agente que sea necesaria para garantizar esta independencia. Esto significa que debemos suponer que ya disponemos de información sobre los grados de creencia que el agente asigna a los estados, que conocemos qué estados el agente considera probabilísticamente independientes de sus actos. Sin embargo, el propósito de aplicar la teoría de Savage es determinar la probabilidad –interpretada como grados de creencia- que el sujeto asigna a los estados posibles del mundo, en base a sus preferencias.

En otras palabras, el segundo axioma sólo es plausible bajo el supuesto de que disponemos de información que debería ser la obtenida al aplicar la teoría de Savage, en lugar de ser parte de los datos imprescindibles para establecer el ámbito de su aplicación. Así, la circularidad que von Wright destacaba en la propuesta de Ramsey también afecta a la tentativa de

Savage de fundamentar axiomáticamente la teoría de la decisión, desde la perspectiva subjetiva o personalista.

6. Consideraciones finales

En las primeras secciones de este trabajo, nos referimos a la propuesta desarrollada por Ramsey y las críticas que von Wright formula contra esta tentativa de caracterizar la noción de probabilidad -interpretada como grado de creencia- a partir las preferencias de un agente decisor. A fin de evaluar las críticas de von Wright contra la propuesta de Ramsey, es importante destacar que Ramsey asume explícitamente el supuesto de que el sujeto siempre tiene una opinión formada acerca de cuán probable es la verdad de cualquier proposición.²¹ Y también asume que la persona siempre puede elegir el curso de acción que, en su opinión, le permitirá obtener la mayor cantidad del bien que valora en mayor medida. De este modo, Ramsey indica cuál es el ámbito de aplicabilidad de su teoría, aunque estas condiciones no están expresadas en los axiomas que formuló.

Así, la primera objeción de von Wright quedaría neutralizada en aquellos usos de la teoría en los que se respeta el dominio de aplicación delimitado por esos supuestos. Sin embargo, cabe preguntarse si no es deseable contar con una teoría que también pueda emplearse en el caso de aquellas personas que, como cualquiera de nosotros en la mayoría de circunstancias cotidianas, no tengan una opinión definida acerca de qué grado de probabilidad asignar a alguna proposición. De todos modos, como no disponemos de un método para determinar si el sujeto decisor tiene o no un grado de creencia definido sobre una proposición, cobra relevancia la primera crítica de von Wright. Pues, la aplicación de la propuesta de Ramsey no permitirá establecer si esa persona es indiferente ante una opción condicionada a esa proposición porque asigna igual valor a los bienes o porque no sabe qué probabilidad atribuir a esa proposición.

Por otra parte, si analizamos la definición de grado de creencia en la que Ramsey presupone explícitamente el uso de la noción de esperanza matemática, la segunda objeción de von Wright parece bien fundada. En efecto, Ramsey señala que si el grado de creencia de un

²¹ Ramsey (1926) p. 16, 18

agente decisor en una proposición p se mide por el cociente entre la cantidad m de veces que resultó verdadera p y la cantidad n de veces en las que tuvo que repetir su elección, entonces el curso de acción que adoptará será aquel que elegiría si tuviera que repetir la elección n veces, y p fuera verdadera en m de esas n veces.²² Es indudable, entonces, que en la asignación de una probabilidad a un caso particular se presupone el empleo de la noción frecuentista de probabilidad. O, más precisamente, en la teoría de Ramsey se asume que el agente decisor identifica el grado de creencia de una proposición p con la frecuencia relativa que atribuye a la ocurrencia del evento descrito por p en ocasiones similares.

En lo que respecta a la fundamentación axiomática de la teoría de la decisión desarrollada por Savage, que expusimos sucintamente en la cuarta sección, señalamos que tampoco está exenta de dificultades. Conviene destacar que varios de los supuestos propios de la teoría de Savage han sido objeto de controversia. Así, indicamos ya que este autor asume que habría actos mixtos, es decir, por ejemplo, un acto m tal que, dados dos actos f y g , y un evento E cualquiera; el acto m genera el mismo resultado que f si se da E y el mismo resultado que g si no se da E . Esto nos obliga a aceptar, por ejemplo, que hay actos inverosímiles, como el acto mixto que genera el fin de la guerra en Ucrania si llueve mañana y la expansión de ese conflicto bélico hacia otros países limítrofes si no llueve.

Una situación similar se plantea en relación con el supuesto de que hay actos constantes. Asumir este supuesto nos conduciría a aceptar que hay actos implausibles tales como, por caso, el acto que asigna, tanto al evento de que se produjo una sequía severa muy prolongada como al evento de que no se produjo tal sequía, el mismo resultado: la obtención de una cosecha muy abundante. Nótese que, además, tanto en el caso de los actos mixtos como en el de los actos constantes, tendríamos que aceptarlos aunque la mayoría de ellos no parece poder corresponderse con acciones que el agente pueda elegir ejecutar o no. Se plantea, así, una tensión entre la exigencia de que los actos estén bajo el completo control del decisor y el requerimiento de que el dominio de la relación de preferencia incluya todos actos, caracterizados como

²² Ramsey (1926) p.17

funciones del conjunto de todos los estados posibles del mundo al conjunto de todos los resultados.

Por otra parte, tanto las paradojas de Ellsberg (1961) y de Allais (1953) como el efecto disyunción registrado por Tversky y Shafir (1992) ponen de manifiesto que la teoría de Savage, por incluir principio de la cosa segura, no puede considerarse empíricamente adecuada.²³ A la luz de estos resultados podría creerse que, si bien la propuesta de Savage no resultó ser una teoría descriptivamente exitosa, aún podría considerarse aceptable desde una perspectiva normativa.

Sin embargo, el hecho de que las objeciones que von Wright formuló contra la teoría de Ramsey también puedan esgrimirse contra la teoría de Savage, revela un problema conceptual aún más profundo, que no sólo atenta contra la adecuación empírica de esta última. En efecto, por un lado, la circunstancia de que no pueda distinguirse entre una actitud de indiferencia fundada en un juicio de igualdad valorativa y una actitud de indiferencia originada en la ignorancia, afecta a la caracterización misma de la noción de probabilidad interpretada como grado de creencia. Por otro lado, el cumplimiento de la exigencia de independencia probabilística entre estados y resultados, implicada en el segundo axioma de Savage, requiere suponer que disponemos de la información que es, precisamente, la que estamos tratando de obtener al aplicar el método propuesto por Savage para medir la probabilidad subjetiva. Estas dificultades, comunes a las tentativas de axiomatizar la teoría subjetiva de decisión, tanto de Ramsey como de Savage, ponen de manifiesto que esta teoría requiere aún de una fundamentación no circular. Y también revelan que tal fundamentación tiene como prerrequisito una adecuada elucidación de las nociones de preferencia e indiferencia.

Referencias bibliográficas:

Ackermann, R. "Comments on N. Rescher's 'Semantic Foundation for the Logic of Preference'", in: *The Logic of Decision and Action* (ed. by N. Rescher), Pittsburgh 1967.

Allais, M. (1953) "Le Comportement de l'Homme Rationnel devant le Risque: Critique des Postulats et Axiomes de l'Ecole Americaine", *Econometrica*, 21.

²³ Y lo mismo sucede con la teoría estándar de la utilidad por incluir el axioma de independencia.

Bernoulli, D. (1738) "Specimen Theoriae Novae de Mensura Sortis," *Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae*, 5; 175 - 192. (Translated as "Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk." *Econometrica* 22 (1954): 23 - 26.)

Blyth, C. R. (1972) "On Simpson's Paradox and the Sure Thing Principle", *Journal of the American Statistical Association*, vol 67, n° 338, (jun 1972) 364.366

Bradley, R "Ramsey's Representation Theorem". *Dialectica* Vol. 58, No 4 (2004), pp. 483-498

Ellsberg, D. (1961) "Risk, Ambiguity, and the Savage Axioms", *The Quarterly Journal of Economics*, 75: 643-669.

Fishburn, P., "Intransitive Indifference in Preference Theory: A Survey", *Operations Research*, 18 (1970), pp. 207-29.

Kahneman, D. y Tversky, A. (1974) "Judgment under uncertainty: Heuristics and biases", *Science*, 185, 1124-1131.

Li, S., Wang, Z., Rao, L. & Li, Y. (2010) "Is There a Violation of Savage's Sure-Thing Principle in the Prisoner's Dilemma Game?", *Adaptive Behavior*, (2010), Vol 00(0): 1-9.

Ramsey, F.P. (1926) "Truth and Probability", in Ramsey, 1931, *The Foundations of Mathematics and other Logical Essays*, Ch. VII, edited by R.B. Braithwaite, London: Kegan, Paul, Trench, Trubner & Co., New York: Harcourt, Brace and Company.

Samet, D (2008) *The sure thing principle and the Independence of irrelevant knowledge*. The faculty of Management. Tel Aviv University.

Savage, L. (1954) *The Foundations of Statistics*, New York: John Wiley and Sons.

Shafir, E. & Tversky, A. (1992) "Thinking through uncertainty", *Cognitive Psychology*, 24, 449-474

Tversky, A. and Kahneman, D. (1981) "The Framing of Decisions and the Psychology of Choice", *Science*, New Series, 211(4481), 453-458.

-----, (1986) "Rational Choice and the Framing of Decision", *The Journal of Business*, 59(4), S251-S278.

Von Neumann, J. Morgenstern, O. (1944) *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton: Princeton University Press.

von Wright, G.H.(1966) "Remarks on the Epistemology of Subjetive Probability", *Studies in Logic and the Foundations of Mathematics*, Volume 44, Pages 330-339

von Wright, G.H.(1972) "The Logic of Preference Reconsidered", *Theory and Decision*, 3 140-169.
D. Reidel Publishing Company, Dordrecht-Holland

von Wright, G.H. (1990). Preferences. In: Eatwell, J., Milgate, M., Newman, P. (eds) *Utility and Probability*. The New Palgrave. Palgrave Macmillan, London.